

## 2023年度 一般選抜入試 IV期

### 数学 ②

以下の注意事項 (1) ~ (6) を必ず読んでから解答を始めてください。

- (1) 第1問と第2問は必答問題, 第3問と第4問は選択問題です。選択問題に関しては, いずれか1問を選択し解答してください。

問題	出題範囲	ページ	解答番号	選択方法
第1問	数学Ⅱ・B	1	1 ~ 10	必答
第2問	数学Ⅱ・B	3	11 ~ 14	必答
第3問	数学Ⅱ・B	5~6	15 ~ 24	} いずれか1問を選択し 解答してください
第4問	数学Ⅲ	7	15 ~ 29	

- (2) 問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明やページに落丁, 汚れ, しわ等がある場合, また, 解答用紙を破損, 汚損などした場合は手をあげて監督者に知らせてください。
- (3) 「はじめ」の合図で開始し, 「やめ」の合図で終了してください。開始の合図があるまで開けてはいけません。
- (4) 問題冊子は持ち帰ってください。
- (5) 解答するときに, メモ書きの必要があれば, この問題冊子の余白を用いてください。解答用紙には必要な記入事項と解答以外は, 一切書いてはいけません。

入学試験マーク式解答用紙についての注意事項 (6) は裏表紙に記載しています。

必ずこの問題冊子を裏返して読んでください。

### 第1問

数列  $\{a_n\}$  が漸化式

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1} = a_n + n^2 + \frac{n}{3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき、

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left( k^2 + \frac{k}{3} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

より、 $\{a_n\}$  の一般項が求まる。例えば、 $a_{10}$  の値は  $\boxed{1 \quad 2 \quad 3}$  である。また、 $a_n < 0$

を満たす最大の  $n$  は  $\boxed{4}$  なので、 $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とすると、

$n = \boxed{4}$  のとき  $S_n$  は最小となる。数列  $\{S_n\}$  の一般項は

$$S_n = \frac{\boxed{5} n^4 + \boxed{6} n^3 - \boxed{7} n^2 - \boxed{8 \quad 9 \quad 10} n}{36}$$

である。

このページに問題はありません

## 第2問

$A, B$  は定数とする。整式

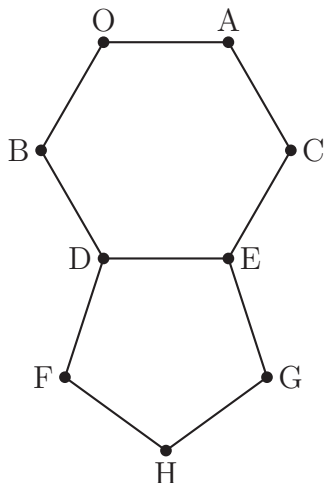
$$P(x) = x^4 + Ax^3 + Bx^2 - x - 1$$

を考える。 $P(x)$  が  $x^2 - 1$  で割り切れるときは  $A = \boxed{11}$ ,  $B = \boxed{12}$  であり,  $P(x)$  が  $(x + 1)^2$  で割り切れるときは  $A = \boxed{13}$ ,  $B = \boxed{14}$  である。

このページに問題はありません

### 第3問

下の図のように、平面上で、正六角形 OBDECA と正五角形 DFHGE が辺 DE を共有しているものとする。ただし、正六角形 OBDECA, 正五角形 DFHGE の各辺の長さは 1 とする。



(1) ベクトル  $\vec{OA}$  とベクトル  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$ ,  $\vec{OD}$ ,  $\vec{OE}$  の内積は、それぞれ

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{15}, \quad \vec{OA} \cdot \vec{OC} = \boxed{16}$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OD} = \boxed{17}, \quad \vec{OA} \cdot \vec{OE} = \boxed{18}$$

である。

(2) ベクトル  $\vec{OA}$  とベクトル  $\vec{OF}$ ,  $\vec{OG}$ ,  $\vec{OH}$  の内積は、それぞれ

$$\vec{OA} \cdot \vec{OF} = \frac{\boxed{19} - \sqrt{5}}{\boxed{20}}, \quad \vec{OA} \cdot \vec{OG} = \frac{\boxed{21} + \sqrt{5}}{\boxed{22}}, \quad \vec{OA} \cdot \vec{OH} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$$

である。ただし、 $\cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$  である。

15 に対する選択肢

- ①  $-1$    ②  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$    ③  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$    ④  $-\frac{1}{2}$    ⑤  $0$    ⑥  $\frac{1}{2}$    ⑦  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
⑧  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    ⑨  $1$

16 , 17 に対する選択肢

- ①  $-\sqrt{3}$    ②  $-\frac{3}{2}$    ③  $-\frac{\sqrt{6}}{2}$    ④  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$    ⑤  $0$    ⑥  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    ⑦  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
⑧  $\frac{3}{2}$    ⑨  $\sqrt{3}$

18 に対する選択肢

- ①  $-2$    ②  $-\sqrt{3}$    ③  $-\sqrt{2}$    ④  $-1$    ⑤  $0$    ⑥  $1$    ⑦  $\sqrt{2}$   
⑧  $\sqrt{3}$    ⑨  $2$

第4問

それぞれ実数全体で定義された3つの関数

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$g(x) = (x + 2)e^{-x}$$

$$h(x) = (x^3 - 3x + 2)e^{-x^3+3x}$$

を考える。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

$f(x)$  は  $x = \boxed{15 \div 16}$  のとき極大値  $\boxed{17}$  をとり、 $x = \boxed{18}$  のとき極小値  $\boxed{19 \div 20}$

をとる。また、 $g(x)$  は  $x = \boxed{21 \div 22}$  のとき最大値  $\boxed{23}$  をとる。

以上のことと、 $h(x) = g(f(x))$  であることと、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  に注意すると、定数  $k$  に対して  $h(x) = k$  を満たす  $x$  の個数は

- $k < 0$  のとき  $\boxed{24}$  個
- $k = 0$  のとき  $\boxed{25}$  個
- $0 < k < \frac{4}{e^2}$  のとき  $\boxed{26}$  個
- $k = \frac{4}{e^2}$  のとき  $\boxed{27}$  個
- $\frac{4}{e^2} < k < e$  のとき  $\boxed{28}$  個
- $k = e$  のとき  $\boxed{29}$  個
- $k > e$  のとき 0 個

である。

$\boxed{23}$  に対する選択肢

- 0  $-3e$    
 1  $-e$    
 2  $-\frac{3}{e}$    
 3  $-1$    
 4  $-\frac{1}{e}$    
 5  $0$    
 6  $\frac{1}{e}$   
 7  $1$    
 8  $\frac{3}{e}$    
 9  $e$    
 a  $3e$



このページに問題はありません

このページに問題はありません

このページに問題はありません

(6) 入学試験マーク式解答用紙について

- 解答用紙に必要事項をすべて記入，マークしてください。枠から上下にはみださないように，解答用紙のマーク例（良い例）のように塗りつぶしてください。解答には，HB または B の鉛筆を使用してください。
- 問題の文中の  $\boxed{1 \quad | \quad 2 \quad | \quad 3}$ ， $\boxed{4}$  などには，符号（-），数字（0～9），または文字（ $a \sim d$ ）が入ります。例えば， $\boxed{1 \quad | \quad 2 \quad | \quad 3}$  に  $-3a$  と答えたいときには， $\boxed{1}$  に  $\ominus$  をマークし， $\boxed{2}$  に  $\textcircled{3}$  をマークし， $\boxed{3}$  に  $\textcircled{a}$  をマークしてください。

解答欄	1	$\ominus$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
	2	$\ominus$	0	1	2	$\textcircled{3}$	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
	3	$\ominus$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\textcircled{a}$	b	c	d
	⋮															

$\boxed{5}$

のように分数など複数の四角に答える場合，それぞれの四角の番号の順

$\boxed{6}$

番に注意してマークしてください。

- 数と文字の積の形で解答する場合，数を文字の前にして答えてください。
- 分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えてください。
- 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
- 問題の文中の二重四角で表記された  $\boxed{\boxed{7}}$  などには，選択肢の中から一つ選んで答えてください。
- 同一の問題中に， $\boxed{8 \quad | \quad 9}$ ， $\boxed{\boxed{10}}$  などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は  $\boxed{8 \quad | \quad 9}$ ， $\boxed{\boxed{10}}$  のように表記します。
- 別途，問題の文中に指示がある場合はそちらを優先してください。